УДК 330.10141

В. В. Огліх, Н. М. Заславська
Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РОЗВИТКУ РИНКУ ПРАЦІ ЗА НАЯВНОСТІ ЗВ'ЯЗКІВ МІЖ ПРАЦІВНИКАМИ

Робота містить результати досліджень, спрямованих на визначення об’єктивних показників динаміки розвитку ринку праці на рівні держави і на рівні окремої фірми у довгостроковому періоді розвитку та на отримання рекомендацій щодо формування ефективної кадрової політики підприємства. трансформаційних економіках.

Ключові слова: ринок праці, еволюційний підхід, моделювання.

Актуальність проблеми. Євроінтеграційний вектор розвитку економіки України, глобальні та кризові процеси світової економіки суттєво впливають на ринок праці нашої країни [1, 2]. Його розвиток вирізняється наявністю протиріч між попитом на робочу силу та її пропозицією [3, 4], які значно посилилися в умовах економічної кризи. Нині коли, з одного боку, велика кількість незайнятих робітників наповнює ринок праці [11], а з іншого – не вистачає фахівців певної спеціалізації і кваліфікації, ефективне вирішення проблем можливо лише після глибокого аналізу структурно-динамічних зрушень у межах національного ринку праці та визначення перспектив його розвитку на засадах еволюційного підходу [5, 6].

Аналіз останніх наукових досліджень. Формування кадрового потенціалу підприємств відбувається в умовах нестійкого розвитку виробництва і збільшення напруженості на ринку праці, зростає необхідність розробки ефективної системи управління попитом підприємств на робочу силу [3, 5, 7]. Це, у свою чергу, вимагає залучення сучасних засобів аналізу і моделювання процесів управління, створення нових і удосконалення існуючих економічних механізмів управління кадровим потенціалом підприємств, визначення оптимального обсягу робочої сили на підприємствах та комплексної оцінки попиту на робочу силу.

Огляд та аналіз матеріалів і наукових статей, присвячених побудові економіко-математичних моделей [8, 9] динаміки процесів на ринку праці показав, що проведені дослідження в цій сфері не дозволяють врахувати ряд важливих показників, наприклад, таких як конкуренція [7] між робітниками та наявність особистих зв’язків людей.

Мета дослідження. Враховуючи високу актуальність проблеми та наявність низки нез'ясованих питань, відсутність математичного апарату для аналізу динаміки кадрового потенціалу метою роботи є розробка на засадах еволюційного підходу моделей розвитку на ринку праці з урахуванням зв’язків між працівниками**.**

Основні результати дослідження. Пошук вирішення проблеми формування ефективної кадрової політики має проводитися як на макро-, так і на макрорівні економіки. Дослідження довели, що для аналізу з погляду еволюційного підходу динаміки процесів на ринку праці доцільно використати теорію популяцій, зокрема на рівні держави та галузі – модель конкуренції із саморегуляцією чисельності , а на рівні фірми – модель рівноважної конкуренції.

Моделювання динаміки чисельності персоналу фірми у довгостроковому періоді розвитку. У довгостроковому періоді для фірми вважливе значення має внутрішня конкуренція між працівниками та стосунки людей, які вже працюють на підприємстві, та людей, які прагнуть отримати роботу. Ці взаємозв'язки є наслідком наявності особистих відносин робітників фірми зі спеціалістами свого напрямку, які потенційно здатні отримати роботу у компанії за кваліфікацією та готові вести боротьбу за кращі місця. Взаємини виражаються в рекомендаціях та бажанні вже працюючих робітників залучити до роботи знайомих фахівців. На практиці роботодавці та рекрутингові агенції, аналізуючи ринок праці, не враховують наявність подібних взаємин. Нехай чисельність кількості зайнятих і безробітних задається функцією часу

$$x_k(t),\ k = 1{,}2,\ t \in (t_0;+\infty). \tag{1}$$

У випадку коли не існує обмежень на кількість робочих місць, то можна вважати, що динаміка чисельності зайнятих та безробітних змінюється за законом:

$$x_k = \xi_k \dot{x}_k,\ k = 1{,}2. \tag{2}$$

Рівняння (2) є досить грубим наближенням до ситуації, яка реально існує. Внесемо уточнення у диференційне рівняння. Нехай зайняті та безробітні спеціалісти конкурують між собою за кращі місця і за одиницю часу, кількість робочих місць зменшується на величину $F(x_1, x_2)$. Основні припущення щодо цієї функції:

$F(x_1, x_2) \in C^1$;

область визначення –множина $[0;+\infty)$;

$$F(0{,}0) = 0; \tag{3}$$
$$F(x_1; x_2) \to +\infty. \tag{4}$$

Якщо вважати, що коефіцієнти приросту ξ_k зменшуються для кожного зайнятих і безробітних на величину, пропорційну $F(x_1, x_2)$, то замість диференційного рівняння (2) доцільно розглянути систему рівнянь [10, с. 23]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(\xi_1 - \gamma_1 F(x_1, x_2)); \\ \dot{x}_2 = x_2(\xi_2 - \gamma_2 F(x_1, x_2)). \end{cases} \tag{5}$$

Введемо початкові умови

$$x_1(t_0) = x_{10}; x_2(t_0) = x_{20}. \tag{6}$$

Розглянемо задачу докладніше [10]. Праві частини системи (5) є неперервними. Перевіримо, чи задовольняють вони умові константи Ліпшица. Увівши позначення

$$\Phi_k(x_1, x_2) = x_k(\xi_k - \gamma_k F(x_1, x_2))$$

і використовуючи неперервну диференційованість функції F , а це означає, обмеженість її на кожній обмеженій множині з області визначення, отримуємо (за деяких $\theta_k \in (0,1), k = 1,2$

$$\left|\Phi_1(x_1 + h, x_2) - \Phi_1(x_1, x_2)\right| = \left|(\xi_1 - \gamma_1 F(x_1 + h, x_2))x_1 - (\xi_1 - \gamma_1 F(x_1, x_2))x_1\right| = 0(h);$$

$$\left|\Phi_1(x_1, x_2 + h) - \Phi_1(x_1, x_2)\right| = \left|(\xi_1 - \gamma_1 F(x_1, x_2 + h))x_1 - (\xi_1 - \gamma_1 F(x_1, x_2))x_1\right| = 0(h);$$

Аналогічним чином доводиться, що функція $\Phi_2(x_1, x_2)$ відповідає умові Ліпшица. Із наведеного вище, можна зробити висновок, що система (5) має розв'язок, який є єдиним, що задовольняє початкові умови (6).

Припущення 1. Розв'язок системи (5) з початковими умовами (6) обмежено, тобто існують постійні A_1, A_2 такі, що:

$$x_k(t) \le A_k, \forall t \in [t_0, +\infty). \tag{7}$$

Із (7) випливає, що для достатньо великих B_1, B_2, $F(B_1, 0) > \dfrac{\xi_1}{\gamma_1}, F(0, B_2) > \dfrac{\xi_2}{\gamma_2}$. Нехай

$$A_k = \max(x_{k0}, B_k).$$

Покажемо, що у разі такого вибору A_k виконується (7). Насправді, нехай для деякого $t_1 > t_0, x_1(t_1) > A_1$. Тоді (з урахуванням неперервності $x_1(t)$) існує точка $\tau \in (t_0, t_1)$ така, що $x_1(\tau) = A_1$. Нехай

$$\theta = \inf \tau, \ \tau : x_1(\tau) = A_1. \tag{8}$$

Цей інфінум існує, виходячи з того, що $\tau > t_0$.

З неперервності випливає, що:

$$x_1(\theta) = A_1.$$

Звідси маємо, що $F(x_1(\theta), x_2(\theta)) > F(x_1(\theta), 0) = F(A_1, 0) > \dfrac{\xi_1}{\gamma_1}$, тобто

$$\xi_1 - \gamma_1 F(x_1(\theta), x_2(\theta)) < 0.$$

Із (5) виходить, що $\dot{x}_1(\theta) < 0$, тобто функція $x_1(t)$ спадає в точці θ. Як наслідок, $\exists \theta_1 < \theta$ таке, що $x_1(\theta_1) > x_1(\theta) = A_1$ та, як і раніше, $\exists \theta_2 \in (t_0, t_1), x_1(\theta_2) = A_1$.

Це суперечить (8) Виходячи з цього, (7) доведено для к=1. Випадок для к=2 розглядається аналогічно.

Припущення 2. Існує така постійна $M > 0$, що

$$x_k(t) \ge x_{ko} e^{-M(t - t_0)}, \ \forall t \in [t_0, +\infty) \tag{9}$$

Насправді, з (5) випливає, що

$$\frac{dx_k}{x_k} = (\xi_k - \gamma_k F(x_1, x_2))dt \ .$$

Вважаючи, що $x_k(t)$ – розв'язок (5) з початковими умовами (6) і підставляючи у праву частину останньої нерівності $x_k(t)$ замість x_k, отримаємо:

$$\ln\left|\frac{x_k}{x_{k0}}\right| = \int_{t_0}^{t} (\xi_k - \gamma_k F(x_1(t), x_2(t)))dt \ . \qquad (10)$$

Враховуючи, що в силу припущення 1 $x_k(t)$ – обмеження функції, отримуємо, що підінтегральний вираз є обмеженим, тобто існує $M > 0$, таке, що

$$\begin{aligned} &\left|\xi_k - \gamma_k F(x_1(t), x_2(t))\right| \le M; \\ &\forall t \in [t_0, +\infty), \ k = 1,2. \end{aligned} \qquad (11)$$

У лівій частині (10) можна звільнитися від знаку модуля під знаком логарифму. Насправді, $x_{ko} > 0$; якщо б існувало число $t_1 \in [t_0, +\infty)$ таке, що $x_k(t_1) < 0$, то існувало б (з урахуванням безперервності $x(t)$)) число $\tau \in (t_0, t_1)$ таке, що $x_k(\tau) = 0$. Тоді при $t = \tau$ ліва частина (10) приймала б значення, що дорівнювало б $-\infty$, а права – кінцеве значення. Отримане протиріччя доводить нерівність $x_k(t) > 0, \forall t \in [t_0, +\infty)$. Тепер із (10),(11) отримуємо:

$$\begin{aligned} &\left|\ln\frac{x_k}{x_{k0}}\right| = \left|\int_{t_0}^{t} (\xi_k - \gamma_k F(x_1, x_2))dt\right| \le \int_{t_o}^{t} \left|\xi_k - \gamma_k F(x_1, x_2)\right| dt \le \\ &\le M\int_{t_0}^{t} dt = M(t - t_0). \end{aligned} \qquad (12)$$

Якщо $x_k \ge x_{k0}$, то нерівність (9) виконується. Якщо $x_k < x_{k0}$, то

$$\left|\ln\frac{x_k}{x_{k0}}\right| = -\ln\frac{x_k}{x_{k0}} = \ln\frac{x_{k0}}{x_k} \ .$$

Із (12) маємо, що

$$\ln\frac{x_{k0}}{x_k} \le M(t - t_0);$$

$x_{k0} \le x_k e^{M(t-t_0)}$, це і дає (9).

Аналізуючи динаміку зміни чисельності зайнятих на фірмі у довгостроковому періоді, вважатимемо, що y_1 – це кількість працюючих спеціалістів на фірмі, яка відповідає кількості робочих місць, y_2 – це кількість спеціалістів, які потенційно можуть стати робітниками фірми. Кількість робочих місць на фірми обмежена. Кількість робочих місць в момент часу t залежить з коефіцієнтом пропорційності $\gamma_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_1^i - y_1^0}{y_1^0} / n$, де y_1^i – кількість працюючих на фірмі на розрахунковий період, y_1^0 – кількість працюючих на фірмі на базовий період, n – кількість періодів від персоналу фірми у момент часу t_0 – $y_1{}^0$, динаміки розвитку фірми та бажання вже працюючих спеціалістів працевлаштувати знайомих фахівців. Кількість вакансій зменшується як наслідок працевлаштування персоналом фірми знайомих, які на даний момент не мають роботи або працюють у інших фірмах, що характеризує складник $a_{12} y_1 y_2$, a_{12} – ймовірність того, що безробітний спеціаліст отримає роботу в фірмі та через скорочення робочих місць та наявність внутрішньої конкуренції між робітниками (a_{11} – ймовірність того, що працюючий спеціаліст втратить роботу).

Залежність, яка описує динаміку чисельності зайнятих на фірмі з урахуванням особистих зв'язків робітників та внутрішньої конкуренції, характеризується таким диференціальним рівнянням:

$$dy_1 / dt = y_1 (\gamma_1 - a_{11} y_1 - a_{12} y_2) .$$

Зміна кількості бажаючих працювати на фірмі пропорційна числу тих, хто заявив про своє бажання з коефіцієнтом пропорційності $\gamma_2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_2^i - y_2^0}{y_2^0} / n$, де y_2^i – кількість безробітних, що потенційно здатні працювати на фірмі у розрахунковому періоді, y_2^0 – кількість безробітних, що потенційно здатні працювати на фірмі у базовому періоді, n – кількість періодів. Будемо вважати, що з числа непрацюючих у фірмі y_2, які потенційно можуть стати членом колективу, деяка кількість людей була прийнята на роботу у фірму, тоді приріст загальної кількості y_2 зменшиться на величину $a_{21} y_2 y_1$.

Крім того, внутрішня конкуренція між потенційними робітниками стимулює їх працевлаштовуватися в іншій фірмі, тобто їх загальна кількість зменшиться на величину $a_{22} y_2^2$.

Залежність, яка характеризує динаміку чисельності бажаючих працювати на фірмі, може бути задана таким диференціальним рівнянням:

$$dy_2 / dt = y_2 (\gamma_1 - a_{21} y_1 - a_{22} y_2) .$$

Виходячи з цього, динаміка чисельності працівників з урахуванням внутрішньої конкуренції та наявності особистого взаємозв'язку між робітниками описується моделлю конкуренції двох видів з такою системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} dy_1 / dt = y_1 (\gamma_1 - a_{11} y_1 - a_{12} y_2); \\ dy_2 / dt = y_2 (\gamma_1 - a_{21} y_1 - a_{22} y_2), \end{cases} \quad (13)$$

де a_{11} – відображає рівень взаємозв'язків робітників;

a_{12} – відображає рівень конкуренції між робітниками;

a_{21} – відображає рівень взаємозв'язків персоналу фірми та потенційних робітників. $a_{11} \neq a_{21}$;

a_{22} – відображає рівень конкуренції між потенційними робітниками, $a_{12} \neq a_{22}$;

γ_1 – коефіцієнт приросту кількості зайнятих на фірмі за рахунок її розширення;

γ_2 – коефіцієнт приросту кількості безробітних, що потенційно можуть стати працівниками фірми;

y_1 –кількість працюючих спеціалістів на фірмі;

y_2 –кількість спеціалістів, що потенційно можуть стати робітниками фірми.

Розв'язання задачі, можливе лише за наявності показників:

– кількість зайнятих (персонал фірми) у момент часу $t_0 - y_1{}^0$;

– кількість тих, хто має бажання стати працівниками фірми (в момент часу $t_0 - y_2{}^0$).

Моделювання динаміки процесів на ринку праці на рівні держави (макрорівень). Аналізуючи процеси розвитку на ринку праці, вважатимемо, що x_1 – це кількість зайнятих в країні, x_2 – кількість безробітних. Приріст кількості зайнятих обумовлений розширенням ринку праці за рахунок залучення молодих спеціалістів відображає коефіцієнт ξ_1, $\xi_1 = \sum \frac{x_1^i - x_1^o}{x_1^0} / n$, де x_1^i – кількість зайнятих на розрахунковий період, x_1^0 – кількість зайнятих на базовий період, n – кількість періодів.

Бажання мати спеціалістів більш високої кваліфікації зумовлює конкуренцію на ринку праці. Водночас деяка частка економічно активного населення, яка досягає пенсійного віку або з різних причин залишає роботу, не бажає працювати протягом деякого часу. Через це частина працюючих, яка характеризується ймовірністю a_{11}, втрачає роботу. Нехай існує ймовірність a_{12} того, що безробітний спеціаліст, який знаходився у пошуках, знайшов роботу, тобто кількість зайнятих зросте на величину $a_{12} x_2$.

Залежність, яка розкриває динаміку чисельності зайнятих в країні з урахуванням ймовірностей пошуку та втрати роботи, описується таким диференціальним рівнянням:

$$dx_1 / dt = x_1 (\xi_1 - a_{11} x_1 + a_{12} x_2).$$

Вважатимемо, що кількість безробітних спеціалістів збільшується як наслідок скорочення робочих місць з коефіцієнтом ξ_2, $\xi_2 = \sum \frac{x_2^i - x_2^o}{x_2^0} / n$, де x_2^i – кількість безробітних на розрахунковий період, x_2^0 – кількість безробітних на базовий період, n – кількість періодів.

Вважатимемо, що частина, яка характеризується ймовірністю a_{22}, безробітних спеціалістів, які були у пошуках роботи, її отримали. Тоді загальна кількість безробітних за період Δt зменшилася на величину $a_{22}x_2$. Водночас кількість безробітних зростає за рахунок молоді, яка не знайшла роботу, бажаючих працювати пенсіонерів та звільнених з попереднього міста роботи. Ці зміни відображає складова $a_{21}x_1$

Залежність, яка характеризує динаміку чисельності безробітних в країні з урахуванням ймовірностей пошуку і втрати роботи, може бути задана таким диференціальним рівнянням:

$$dx_2 / dt = x_2(\xi_2 + a_{21}x_1 - a_{22}x_2) .$$

Таким чином, взаємовідносини в системі, що відображає динаміку чисельності зайнятих та безробітних в країні, мають бути описані такою системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} dx_1 / dt = x_1(\xi_1 - a_{11}x_1 + a_{12}x_2); \\ dx_2 / dt = x_2(\xi_2 + a_{21}x_1 - a_{22}x_2), \end{cases} \tag{14}$$

де x_1^{ti} – кількість зайнятих в країні в момент $t_i \in (to;+\infty)$;

x_2^{ti} – кількість безробітних у момент $t_i \in (to;+\infty)$;

a_{11} – ймовірність того, що працюючий спеціаліст втратить роботу;

a_{12} – ймовірність того, що безробітний спеціаліст отримає роботу;

a_{21} – ймовірність того, що працюючий спеціаліст втратить роботу ($a_{11} \neq a_{21}$);

a_{22} – ймовірність того, що безробітний спеціаліст знайде роботу ($a_{12} \neq a_{22}$);

ξ_1 – коефіцієнт приросту кількості зайнятих за рахунок розширення економіки;

ξ_2 – коефіцієнт приросту кількості безробітних.

Розв'язання задачі можливе лише за наявності показників:

– кількість безробітних в країні на початок розрахункового періоду (x_2^0);

– кількість зайнятих в країні на початок розрахункового періоду (x_1^0).

Висновки та перспективи подальших досліджень. Діагностика стану та тенденцій розвитку ринку праці, аналіз векторів впливу на глибинні процеси в системі «держава – підприємство ринок праці – зайняті – безробітні» дали можливість застосувати для аналізу динаміки чисельності працюючих та безробітних на рівнях країни і окремої фірми еволюційний підхід. Це дозволило розробити економіко-математичні моделі динаміки в умовах внутрішньої конкуренції та особистих взаємозв'язків чисельності персоналу фірми у довгостроковому періоді, а на рівні держави й галузі, зокрема з урахуванням саморегуляції чисельності.

Основні напрямки продовження досліджень лежать у царині застосування моделей для розробка стратегії формування ефективної кадрової політики підприємства, аналізу та прогнозування динаміки ринку праці країни.

Бібліографічні посилання і примітки

1. Васильченко В. С. Ринок праці: теоретичні основи і державна практика / В. С. Васильченко, П. М. Васильченко . – К.: Знання, 2000. – 560 с.
2. Грішнова О. А. Економіка праці та соціально-трудових відносин: підручник./ О. А. Грішнова . – К.: Знання, 2006. – 535 с.
3. Рофе И. А. Ринок труда, занятость населения, экономика ресурсов для труда: Учебн. пособие / А. И. Рофе, Б. Г. Збышко, В. В. Ишин . – М.: МИК, 2003. – 272 с.
4. Мімандусова Г. І. Ринок праці в Україні: тенденції та перспективи: монографія / Г. І. Мімандусова. – К: Інститут соціології НАНУ, 2003. – 96 с.
5. Петрова І. Л. Сегментація ринку праці: теорія і практика регулювання / І. Л. Петрова. – К.: Таксон, 1997. – 315 с.
6. Либанова Э. М. Демографическое развитие Украины: проблемы и перспективы / Э. М. Лібанова .– К.: Мінпраці України, РВПС України НАН України, 2000. – Т.2. – 597 с.
7. Кліяненко Б. Вплив мотиваційного фактора на формування конкурентоспроможності трудового потенціалу регіону / Б. Кліяненко, С. Большенко // Регіональна економіка. – 2004. – №2. – С. 7 – 15.
8. Алтухов А. Е. Методы построения функции спроса на трудовые ресурсы / А. Е. Алтухов //Экономическая кибернетика. Международный журнал. – Донецк: ДонНУ. –2003. – №5–6. – С. 83–90
9. Семенчин Е. А. Математическая модель самоорганизации рынка труда для двух отраслей экономики / Е. А. Семенчин, И. В. Зайцева // Экономика и математические методы. – 2004. – Т.40. – №4. – С. 137 – 139.
10. Котляр Б. Д. Математические модели в экологии / Б. Д. Котляр, Н. А. Лихолат. – Д.: Издательство ДГУ. – 1992. – 88 с.
11. Основні показники ринку праці (річні дані) / Державний комітет статистики України [Електронний ресурс]. – http://www.ukrstat.gov.ua/

Надійшла до редколегії 25.06.2009.